引文格式:刘有建,李建成,徐新禹,等.超低轨卫星星座恢复短周期时变重力场的模拟分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2026,51(2):286-295.DOI:10.13203/j.whugis20240047

Citation:LIU Youjian,LI Jiancheng,XU Xinyu,et al.Simulation and Analysis of Short-Period Time-Varying Gravity Field Recovery Using a Very Low Earth Orbit Satellite Constellation[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2026,51(2):286-295.DOI:10.13203/j.whugis20240047

超低轨卫星星座恢复短周期时变重力场的模拟分析

刘有建[1] 李建成[1,2,3] 徐新禹[1,2,3] 魏 辉[1,2,3] 赵永奇[1,3]

1 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079

2 湖北珞珈实验室,湖北 武汉,430079

3 武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室,湖北 武汉,430079

摘 要:相比于下一代重力卫星任务计划采用的Bender星座,以通导遥为主要目标的超低轨(very low Earth orbit,VLEO)卫星星座能够在短时间内进行大规模地面覆盖,提高了对时变重力场的时空采样率,有望降低混频效应,提升对重力场时变信号的探测能力。模拟了Bender星座和250 km高度处由300颗卫星组成的VLEO卫星星座的观测数据,开展了时变重力场信号恢复性能的闭环仿真模拟实验。结果表明:在不考虑观测量噪声时,相比于Bender星座,VLEO卫星星座可有效降低混频效应对时变重力场建模的影响;对于7 d时变重力场恢复结果,在VLEO卫星星座卫星轨道精度为1 cm、Bender星座星间测速精度为10 nm/s,并考虑混频误差的情况下,VLEO卫星星座可恢复15阶以内的有效信号(信噪比达到1),且8阶以内的时变重力场恢复结果略优于Bender星座;当VLEO卫星轨道精度在1~10 cm时,在Bender星座的基础上引入VLEO卫星星座进行联合解算,可有效降低解算结果的混频效应和南北条带误差,提升短周期时变重力场的恢复性能。

关键词:VLEO卫星星座;Bender星座;时变重力场;时空采样率;混频误差

中图分类号:P223;P228 **文献标识码**:A **收稿日期**:2024-03-20

DOI:10.13203/j.whugis20240047 **文章编号**:1671-8860(2026)02-0286-10

Simulation and Analysis of Short-Period Time-Varying Gravity Field Recovery Using a Very Low Earth Orbit Satellite Constellation

LIU Youjian[1] *LI Jiancheng*[1,2,3] *XU Xinyu*[1,2,3] *WEI Hui*[1,2,3] *ZHAO Yongqi*[1,3]

1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 Hubei Luojia Laboratory, Wuhan 430079, China

3 Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430079, China

Abstract: **Objectives**: The accurate determination of the Earth's time-varying gravity field is fundamental to quantifying mass transport processes linked to the global water cycle and climate change. While dedicated missions like the gravity recovery and climate experiment (GRACE) and its successor GRACE follow-on have been groundbreaking, their resolution and temporal sampling are limited by the two-satellite architecture. The proposed next-generation gravity mission, typically employing a Bender-type dual-pair constellation, aims to address these limitations. Concurrently, the emergence of massive commercial satellite networks in very low Earth orbit (VLEO), designed for telecommunications or remote sensing, presents a novel and complementary opportunity. We investigate the geodetic potential of such a VLEO satellite constellation. Its primary advantage lies not in specialized instrumentation, but in its revolutionary spatial

基金项目:国家自然科学基金(42192533, 42388102, 42074019, 42574007);中央高校基本科研业务费专项资金(2042022dx0001);中国测绘科学研究院基本科研业务费(AR2402)。

第一作者:刘有建,博士生,主要从事时变重力场建模及应用研究。2017301140017@whu.edu.cn

通信作者:徐新禹,博士,教授。xyxu@sgg.whu.edu.cn

and temporal sampling capability, achieved through a large number of satellites. We hypothesize that this dense sampling can significantly mitigate aliasing errors and enhance the reliability of short-period signal recovery. **Methods:** To quantitatively assess this hypothesis, we conduct a comprehensive set of closed-loop numerical simulation experiments. We simulate the gravitational observations from two core scenarios: A massive VLEO satellite constellation comprising 300 satellites at a 250 km altitude, and a reference Bender-type constellation with state-of-the-art laser interferometry. Using the short-arc integral method, we compare their performance in recovering a 7 d time-varying gravity field under various controlled error conditions. Our analysis specifically investigates the impact of instrumental noise levels, orbital configuration, and most importantly, the aliasing effect on the solution quality. **Results:** The comprehensive simulations demonstrate that under an ideal noise-free environment where instrumental errors and atmospheric disturbances are entirely eliminated, the VLEO satellite constellation exhibits remarkable effectiveness in suppressing the aliasing effect during time-varying gravity field modeling. This capability surpasses the performance of the traditional Bender-type dual-pair constellation, which is constrained by its limited spatial sampling density. Under conditions involving multiple sources of error, particularly with VLEO orbit determination accuracy constrained to 1 cm and Bender inter-satellite range-rate accuracy limited to 10 nm/s, the VLEO satellite constellation is capable of accurately reconstructing time-varying gravity signals up to degree and order 15. Notably, for the same recovery period, the VLEO constellation's performance is marginally superior to the Bender constellation up to degree and order 8, indicating its enhanced sensitivity to large-scale gravity signals. A further breakthrough emerges in a hybrid scenario where the Bender constellation is integrated with a VLEO satellite constellation featuring orbit determination accuracy ranging between 1-10 cm. This combined approach leverages the complementary strengths of both systems: the high-precision inter-satellite ranging of the Bender constellation and the dense spatial sampling of the VLEO satellite constellation. The synergy between these configurations results in a significant improvement in overall recovery performance. This combination synergistically reduces the aliasing errors and effectively suppresses the north-south striping patterns, which are systematic errors plaguing current gravity solutions, thereby culminating in a superior overall recovery performance for the short-period time-varying gravity field. **Conclusions:** The comparative results confirm that a dense VLEO satellite constellation can intrinsically reduce aliasing errors through enhanced spatiotemporal sampling. Its incorporation, either as a standalone system or in conjunction with a dedicated gravity mission like the Bender constellation, provides a substantial advancement in the accuracy of short-period time-varying gravity field recovery.

Key words: VLEO satellite constellation; Bender constellation; time-varying gravity field; spatiotemporal sampling rate; aliasing error

时变重力场模型在理解和分析地球动力学过程,特别是在研究陆地水储量变化、冰川质量变化、震后形变等方面具有重要意义[1-5]。自21世纪初,高低卫星跟踪(high-low satellite-to-satellite tracking, HL-SST)、低低卫星跟踪(low-low satellite-to-satellite tracking, LL-SST)以及重力梯度测量等技术的应用,使人们对重力场的认识提升到了新的高度,尤其是重力恢复与气候实验(the gravity recovery and climate experiment, GRACE)及其继任卫星任务(GRACE follow-on, GRACE-FO)通过持续提供高精度月时变重力场模型,首次实现了对全球大尺度质量迁移的定量和连续观测,为相关研究提供了关键数据支撑[6-7]。然而,由于GRACE和GRACE-FO卫星无法在短时间内重访地球同一区域,对时变信号欠采样会产生混频效应,进而影响时变重力场的解算精度[8],且重力场解算过程中引入的海潮等模型误差也会以混频误差的形式进入到时变重力场模型中[9]。因此,未来在采用更高精度观测仪器和技术的条件下,混频问题将成为限制重力卫星恢复时变重力场的主要影响因素[10]。除此之外,LL-SST测量模式的各向异性导致的南北条带误差也限制了时变重力场的精确表达[11]。

针对GRACE类型重力卫星存在的上述问

题,国内外学者开展了大量研究。文献[12]提出了一种通过对低阶重力场进行每日参数估计来降低大气、海洋模型误差带来的混频效应的方法。文献[13]通过对海洋潮汐进行共同参数估计,有效降低了海潮模型的混频误差。文献[14]通过对卫星编队的仿真模拟,发现车轮编队、钟摆编队可以降低GRACE卫星的各向异性灵敏度,但无法消除海潮模型的混频影响。文献[15]发现在一对极轨卫星的基础上增加一对倾斜轨道卫星的Bender星座,可以显著改善GRACE测量模式带来的南北条带误差,同时可以提高采样率,这种星座在下一代重力卫星任务的研究中被广泛讨论和使用[11,16-17]。然而,Bender星座在短时间内对时变重力场信号的采样率仍十分有限,仅能在一定程度上抑制混频效应[11]。

近年来,随着卫星成本的降低,各国争相开展超低轨(very low Earth orbit, VLEO)卫星星座设计与在轨实验,例如美国SpaceX公司Starlink星座包含的数千颗VLEO卫星[18]、欧洲航天局(European Space Agency, ESA)的GOCE卫星以及日本宇航研究开发机构的SLATS卫星[19]。中国于2023年宣布建设VLEO通遥一体星座"楚天",该星座包含300颗卫星,轨道高度在300 km以下[20]。VLEO卫星星座具有轨道高度低、短时间内覆盖区域广的优势,理论上可以通过增加时空采样率来降低混频效应,如果能实现卫星的精密定轨,可为解决目前重力卫星面临的时空采样率不足问题提供新思路。由于"楚天"星座仍在设计阶段,没有公开发布的星座构型参数,本文考虑采用无阻尼控制系统实现卫星长期在轨、非保守力可由加速度计测得、卫星轨道覆盖全球的理想情况,模拟了轨道高度为250 km、卫星总数共计300颗的VLEO卫星星座的轨道数据,同时模拟了Bender星座的轨道、星间观测数据,采用短弧积分法恢复了7 d内重力场的非潮汐时变信号AOHIS(包括大气(atmosphere)、海洋(ocean)、水文(hydrology)、冰川(ice)、固体地球(solid earth)),分别评估两种星座单独以及两者观测方程联合恢复时变重力场和解决混频问题等方面的性能。

1 VLEO卫星星座恢复时变重力场的基本原理

本文根据文献[21]提出的短弧积分法恢复时变重力场,并使用GOSG02S模型[22]进行梯度改正,得到基于卫星位置的HL-SST短弧积分法的观测方程:

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\dfrac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{p}}\delta\boldsymbol{p}+\dfrac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{b}}\delta\boldsymbol{b} \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{p}}=\dfrac{\partial \delta\boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{f}}\dfrac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{p}}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{KF})^{-1}\boldsymbol{K}\dfrac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{p}} \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{b}}=\dfrac{\partial \delta\boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{b}}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{KF})^{-1}\boldsymbol{B}_b \end{cases} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{r}$为卫星位置;$\boldsymbol{r}_0$为卫星轨道观测值经过梯度改正后得到的参考轨道;$\boldsymbol{p}$为位系数;$\boldsymbol{b}$为轨道边界向量;$\delta\boldsymbol{r}$为轨道位置改正向量;$\delta\boldsymbol{p}$为位系数改正向量;$\delta\boldsymbol{b}$为轨道边界改正向量;$\boldsymbol{I}$为单位矩阵;$\boldsymbol{K}$为力模型的积分系数矩阵;$\boldsymbol{F}$为力模型的梯度矩阵;$\boldsymbol{B}_b$为轨道边界设计矩阵;$\boldsymbol{f}$为卫星的加速度。

$\boldsymbol{F}$和$\boldsymbol{B}_b$的计算公式为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}=\begin{bmatrix} \nabla\boldsymbol{f}(\tau_0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \nabla\boldsymbol{f}(\tau_1) & \vdots \\ 0 & \cdots & \ddots\ \nabla\boldsymbol{f}(\tau_{N-1}) \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{B}_b=\begin{bmatrix} 1-\tau_0 & \tau_0 \\ 1-\tau_1 & \tau_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1-\tau_{N-1} & \tau_{N-1} \end{bmatrix},\tau=\dfrac{t-t_A}{T} \end{cases} \tag{2}$$

式中,N为观测值的数量;τ为归一化的时间变量;T为弧段长度;t为观测时刻;t_A为弧段开始时刻。将卫星相对速度在视线方向进行投影,可得到基于星间距离变率的LL-SST短弧积分法的观测方程。

对于VLEO卫星星座n颗卫星的观测数据,构建HL-SST短弧积分法的观测方程,得到观测量与位系数改正量、轨道边界改正量的线性关系,计算公式为:

$$\begin{cases} l_1=A_1\boldsymbol{x}+B_1\boldsymbol{y}_1+\varepsilon_1 \\ l_2=A_2\boldsymbol{x}+B_2\boldsymbol{y}_2+\varepsilon_2 \\ \vdots \\ l_n=A_n\boldsymbol{x}+B_n\boldsymbol{y}_n+\varepsilon_n \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{pmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{y}_1 \\ \boldsymbol{y}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_n \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \tag{3}$$

式中,$\boldsymbol{l}=[l_1\ \ l_2\ \ \cdots\ \ l_n]^{\mathrm{T}}$表示观测量;$\boldsymbol{A}=[A_1\ \ A_2\ \ \cdots\ \ A_n]^{\mathrm{T}}$表示全局变量设计矩阵;$\boldsymbol{B}=[B_1\ \ B_2\ \ \cdots\ \ B_n]^{\mathrm{T}}$表示局部变量设计矩阵;$\boldsymbol{\varepsilon}=[\varepsilon_1\ \ \varepsilon_2\ \ \cdots\ \ \varepsilon_n]^{\mathrm{T}}$表示观测误差;$\boldsymbol{x}$为待

恢复的重力场时变信号,属于全局变量;$\boldsymbol{y}$为边界轨道改正量,属于局部变量。Bender星座的观测方程同样可以用式(3)来表示,此时$n=6$,包括每颗卫星的卫星位置以及两对卫星星间距离变率构建的观测方程。通过最小二乘构建法方程,并消去局部变量后,累加得到关于位系数的最终法方程:

$$\begin{cases} \boldsymbol{N}\hat{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{w} \\ \boldsymbol{N}=\sum_{s=1}^{n}\boldsymbol{N}_s \\ \boldsymbol{w}=\sum_{s=1}^{n}\boldsymbol{w}_s \end{cases} \tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{N}$和$\boldsymbol{w}$分别为法方程累加后的法矩阵和右项向量;$\hat{\boldsymbol{x}}$为对重力场时变信号的估计;s表示第s个观测方程;n为观测方程的总数;$\boldsymbol{N}_s$与$\boldsymbol{w}_s$分别为第s个观测方程构建的法矩阵和右项向量。

2　数值模拟方案

2.1　星座设计

本文考虑全球分布较为均匀的一种VLEO卫星星座进行模拟实验,为避免倾斜轨道卫星可能产生的极空白效应,卫星均设置为极轨卫星。模拟的VLEO卫星星座包含300颗卫星,平均分布在20个轨道面上,同一轨道面内相邻卫星等距离分布,轨道倾角均为89°,其空间分布较为均匀,星下点轨迹能够覆盖全球;轨道高度为250 km,偏心率设置为0.000 15,接近圆形。假定同一轨道面上卫星沿轨道均匀分布,则相邻两颗卫星平近点角相差24°;假设不同轨道的升交点在赤道上均匀分布,则相邻轨道面上卫星的升交点赤经相差18°,以此推算出第i个轨道面上第j颗卫星的轨道参数,如表1所示。模拟的VLEO卫星初始位置以及90 min内的星下点轨迹如图1所示,可以看出VLEO卫星星座能够在较短时间内均匀覆盖全球。

对于Bender卫星星座,为了与现有的研究结果进行对比,本文采用了文献[17]使用的Simulation Scenario B轨道构型,轨道重复周期约为7 d,具体参数由下一代重力任务概念的附加星座和科学分析项目提供[16],如表2所示,Bender卫星7 d内的星下点轨迹如图2所示。对比图1、图2可知,Bender卫星只有在较长的时段内才能对地球表面进行较高密度的覆盖。

表1　VLEO卫星星座第i个轨道第j颗卫星的轨道参数

Table 1　Orbital Parameters of the j-th Satellite in the i-th Orbit for VLEO Satellite Constellation

半长轴/m	偏心率	倾角/(°)	升交点赤经/(°)	近地点幅角/(°)	平近点角/(°)
6 628 137	0.000 15	89	$18\times(i-1)$	0	$24\times(j-1)$

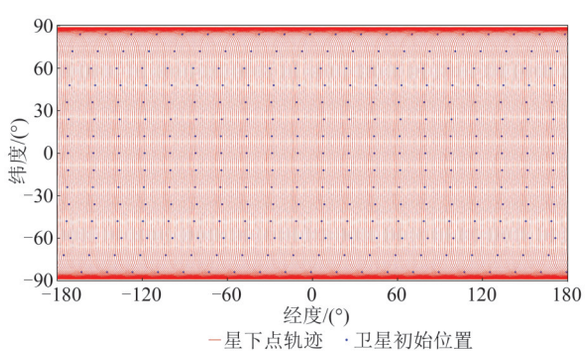


图1　VLEO卫星星座90 min内的星下点轨迹

Fig. 1　Ground Track of VLEO Satellite Constellation Within 90 min

2.2　数值仿真

本文旨在探究不同星座恢复重力场非潮汐时变信号AOHIS的性能,模拟时间从2002年1月1日0时至1月7日24时,数据采样间隔为5 s,模拟流程如图3所示。首先,根据卫星开普勒轨道参数,使用真实模型(包括静态场、时变场和海潮模型)通过轨道积分来模拟卫星的无误差观测数据;其次,添加传感器噪声,得到包含噪声的实际观测数据;然后,在构建观测方程时引入一个参考模型(包括静态场和海潮模型),扣除参考模型的影响;最后,恢复得到重力场AOHIS的7 d解,并与真实模型进行比较分析。模型反演的最高阶次(d/o)为70,积分短弧长度为2 h,与文献[17]中保持一致。将时变信号的反演误差定义为恢复结果与真实模型的AOHIS引起的重力场变化在7 d内平均值之间的差异。在考虑观测误差、混频误差的情况下,时变信号的恢复结果将与真实模型中AOHIS的均值产生偏离,以此来评估不同星座对时变重力场的恢复能力。本文采用文献[23]开发的GROOPS软件开展数值模拟研究,利用其轨道模拟、噪声模拟、构建法方程、法方程求解等程序完成数据模拟解算工作,求解方法选择的是短弧积分法。

表2 Bender星座初始轨道参数

Table 2 Initial Orbital Parameters of Bender Constellation

卫星编号	半长轴/m	偏心率	倾角/(°)	升交点赤经/(°)	近地点幅角/(°)	平近点角/(°)
*A*1	6 719 885.691	0.001 453 364 96	88.997 230 948	0.002 403 655	18.656 491 465	339.764 410 525
*A*2	6 719 898.152	0.001 462 523 42	88.997 231 861	0.002 423 469	19.433 422 090	339.842 418 456
*B*1	6 729 542.958	0.000 867 884 61	70.024 367 530	89.989 031 286	0.741 861 441	357.683 456 066
*B*2	6 729 554.624	0.000 870 649 26	70.024 378 260	89.989 456 787	2.178 846 595	357.100 050 933

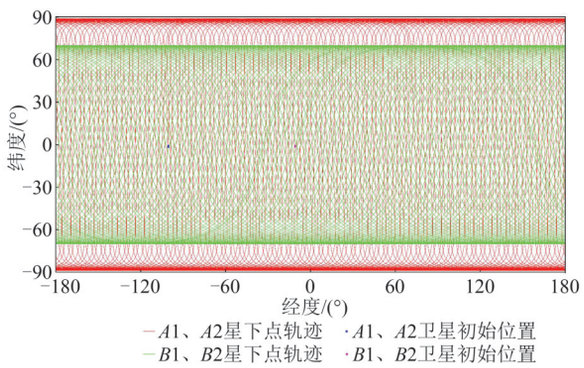


图2 Bender星座7 d内的星下点轨迹

Fig. 2 Ground Track of Bender Constellation in 7 d

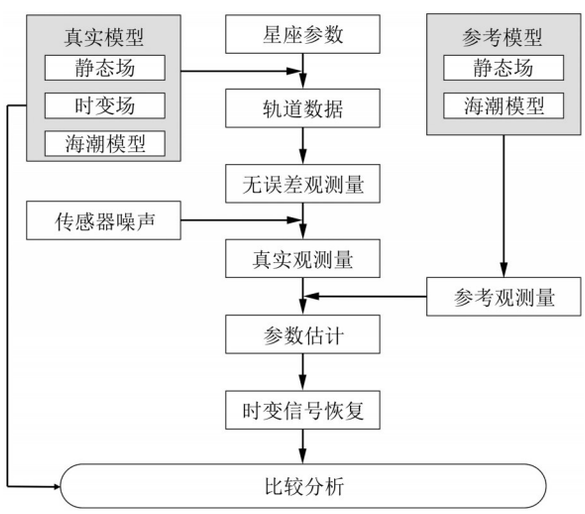


图3 数值仿真模拟流程

Fig. 3 Process of Numerical Simulation

2.3 模拟方案

考虑到混频效应主要来自卫星对AOHIS的欠采样和海潮模型误差,为探究VLEO卫星星座能否通过增加采样率来降低混频效应,需要对不同误差源进行单独分析。模拟方案如表3所示。在不考虑观测值噪声的条件下,方案1为不考虑所有误差源的情况,真实模型使用ESA发布的地球系统模型(earth system model, ESM)AOHIS[24]在7 d内的均值,以忽略对AOHIS高频变化欠采样带来的混频效应,海潮模型均采用EOT11a模型[25]。方案2为仅考虑对AOHIS时间采样不足导致的混频效应的情况,真实模型中将6 h时间分辨率的时变模型ESM AOHIS线性插值到每一历元。方案3为仅考虑海潮模型误差带来的混频效应的情况,参考模型选用了GOT4.7模型[26]。

在考虑观测值噪声的条件下,方案4为仅考虑了观测值噪声的影响,方案5为考虑了观测值噪声以及混频效应的影响。对于Bender卫星的噪声模拟,对其轨道位置添加1 cm的高斯白噪声,并沿用了用于监测地球重力场变化的卫星星座评估项目给出的噪声模型,模拟星间距离变率和加速度计的有色噪声[27]。星间距离变率观测值的噪声模型如下:

$$d_{\text{range-rates}}=2\times10^{-8}\times2\pi f\times\sqrt{\left(\frac{10^{-2}}{f}\right)^2+1}\tag{5}$$

式中,f为频率。

加速度计沿轨和径向方向(敏感轴)的噪声模型如下:

$$d_{\text{acc.along}}=d_{\text{acc.radial}}=10^{-11}\sqrt{\left(\frac{10^{-3}}{f}\right)^4/\left(\left(\frac{10^{-5}}{f}\right)^4+1\right)+1+\left(\frac{f}{10^{-1}}\right)^4}\tag{6}$$

加速度计轨道面法向(非敏感轴)的噪声模型如下:

$$d_{\text{acc.across}}=10\times d_{\text{acc.along}}\tag{7}$$

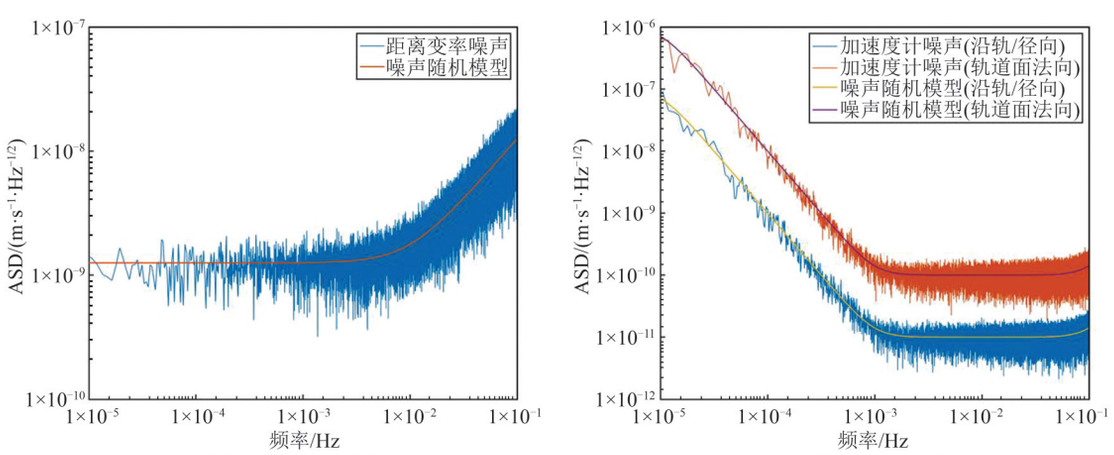
噪声振幅谱密度(amplitude spectral density, ASD)如图4所示,在0.1 Hz的频率下,距离变率的噪声约为10 nm/s,加速度计敏感轴和非敏感轴的噪声分别约为1×10^{-11} m/s^{2}和1×10^{-10} m/s^2。使用GROOPS软件的噪声模拟程序,根据式(5)~(7)模拟得到有色噪声,添加到对应的无误差观测值中,得到含有色噪声的观测数据。对于VLEO卫星,轨道位置误差是影响其时变重力场恢复的主要因素,考虑到其实际的轨道精度可能难以达到1 cm,对轨道位置分别添加1 cm、5 cm、10 cm的高斯白噪声来探究不同噪声水平对解算结果的影响。

由于卫星观测值中包含有色噪声,加上低低跟踪模式轨道耦合、混频问题的存在,导致观测值

表 3　模拟方案

Table 3　Simulation Schemes

有无噪声条件	方案	模型组分	真实模型	参考模型
无噪声条件	1	静态场	GOSG02S(120 d/o)	GOSG02S(120 d/o)
		海洋潮汐	EOT11a(120 d/o)	EOT11a(120 d/o)
		时变场	ESM AOHIS(7 日均值,120 d/o)	
	2	静态场	GOSG02S(120 d/o)	GOSG02S(120 d/o)
		海洋潮汐	EOT11a(120 d/o)	EOT11a(120 d/o)
		时变场	ESM AOHIS(时变,120 d/o)	
	3	静态场	GOSG02S(120 d/o)	GOSG02S(120 d/o)
		海洋潮汐	EOT11a(120 d/o)	GOT4.7(120 d/o)
		时变场	ESM AOHIS(7 日均值,120 d/o)	
考虑观测值噪声	4	静态场	GOSG02S(120 d/o)	GOSG02S(120 d/o)
		海洋潮汐	EOT11a(120 d/o)	EOT11a(120 d/o)
		时变场	ESM AOHIS(7 日均值,120 d/o)	
		观测值噪声	轨道位置白噪声(1 cm/5 cm/10 cm),加速度计噪声,星间距离变率噪声	
	5	静态场	GOSG02S(120 d/o)	GOSG02S(120 d/o)
		海洋潮汐	EOT11a(120 d/o)	GOT4.7(120 d/o)
		时变场	ESM AOHIS(时变,120 d/o)	
		观测值噪声	轨道位置白噪声(1 cm/5 cm/10 cm),加速度计噪声,星间距离变率噪声	



(a) 星间距离变率有色噪声ASD　　(b) 加速度计有色噪声ASD

图 4　星间距离变率和加速度计的有色噪声 ASD

Fig. 4　ASD of Colored Noise for Inter-satellite Range Rate and Accelerometers

之间具有相关性,在解算重力场的过程中基于观测量后验残差构建协方差矩阵,对观测值进行去相关处理[28]。本文使用GROOPS软件中协方差矩阵功能进行去相关处理,具体流程如下:首先,对不同历元的原始观测数据等权构建法方程进行求解,得到初始计算结果;其次,将参数计算结果代入到设计矩阵中,与原始观测量作差得到观测量残差,估计残差的功率谱密度(power spectral density, PSD);然后,将残差PSD通过余弦变换转化为协方差矩阵,用于对原始观测数据进行去相关处理,得到新的法方程[23];最后,经过多次迭代后的协方差矩阵最终用于观测量的去相关处理。

3　时变重力场恢复结果分析

利用等效水高(equivalent water height, EWH)的阶误差对时变重力场的恢复结果进行精度评估,计算公式为:

$$\sigma_n=\frac{a\rho_e}{3\rho_w}\frac{2n+1}{1+k_n}\cdot\sqrt{\sum_{m=0}^{n}\left[\left(\bar{C}_{nm}^{\mathrm{est}}-\bar{C}_{nm}^{\mathrm{ref}}\right)^2+\left(\bar{S}_{nm}^{\mathrm{est}}-\bar{S}_{nm}^{\mathrm{ref}}\right)^2\right]}\tag{8}$$

式中,a为地球椭球半长轴;n和m分别为球谐系数的阶和次;k_n为负荷勒夫数;ρ_e为地球的平均密度;ρ_w为水的密度;$\bar{C}_{nm}^{\mathrm{est}}$和$\bar{S}_{nm}^{\mathrm{est}}$分别为重力场时变信号解算

结果的球谐系数;$\bar{C}_{nm}^{\mathrm{ref}}$和$\bar{S}_{nm}^{\mathrm{ref}}$分别为ESA发布的ESM AOHIS模型在恢复周期内平均值的球谐系数。

不考虑观测值噪声的情况下,不同星座构型恢复结果的EWH阶误差结果如图5所示。方案1中不考虑混频误差时,各星座对低阶部分解算结果均较好,证明了图3所示实验方法的可靠性;高阶部分由于模型截断误差的影响,背景场中高于70阶的AOHIS信号映射到70阶以内,导致误差偏大。方案2和3中分别考虑AOHIS因时间采样不足以及海潮模型误差导致的混频效应时,VLEO卫星星座的恢复结果以及两星座联合解算的结果在10~65阶优于Bender星座,证明在不考虑观测误差的情况下,采用VLEO卫星星座的观测方式能够通过增加时空采样率,从而有效降低混频效应的影响。

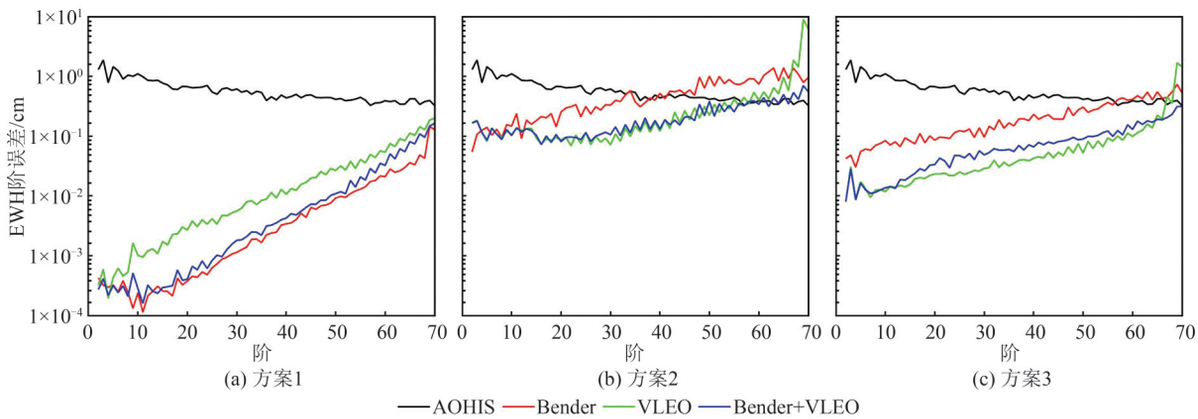


图5 方案1~3不同星座解算结果的EWH阶误差

Fig. 5 EWH Degree Error of Different Constellation Solution Results from Schemes 1 to 3

考虑观测值噪声的情况下,不同星座构型恢复结果的EWH阶误差结果如图6所示。方案4中仅考虑观测值噪声带来的误差时,VLEO卫星星座的恢复结果误差与噪声水平成正比关系,远大于Bender星座的结果,二者的误差值仅在4阶以内量级较为接近;在Bender卫星和VLEO卫星星座的联合解中,后者的贡献非常有限,仅在轨道噪声为1 cm且小于7阶的频段有贡献。方案5中考虑观测值噪声以及混频效应的情况时,轨道噪声为1 cm的VLEO卫星星座对时变重力场的恢复结果在8阶以内略优于Bender星座;Bender星座可以恢复35阶以内的有效信号(信噪比为1),VLEO卫星星座在轨道噪声分别为1 cm、5 cm、10 cm时,恢复的有效信号阶次分别为15、9、7;在Bender星座与VLEO卫星星座观测方程联合后,恢复的时变信号的精度相比于Bender星座单独解算得到明显提高;VLEO卫星星座轨道噪声在1 cm时,联合解的有效信号阶次可达55阶,即使VLEO卫星星座轨道噪声在10 cm,它的加入也对Bender星座恢复的时变信号有很好的提升效果,这是由于VLEO卫星星座的加入增加了时空采样率,在一定程度上降低了混频效应带来的影响。

对比以上各方案的结果可以发现,VLEO卫星星座和Bender星座恢复重力场时变信号的主要限制因素分别是观测精度和混频误差。VLEO卫星星座采用HL-SST测量模式解算重力场,由于其采样率较高,混频效应的影响相对较弱,因此解算模型精度受观测精度影响较大;Bender星座采用高精度的LL-SST测量模式,但时空采样率低,混频效应的作用相对明显。利用Bender星座与VLEO卫星星座联合观测方程解算时变重力场将降低观测精度的影响,同时减弱Bender星座因采样不足和海潮模型误差带来的混频效应,最终提高时变重力场的恢复性能。

为进一步分析不同星座构型恢复时变重力信号的能力,在频域和空间域内对信号恢复结果进行分析,方案5中VLEO卫星轨道精度为1 cm时,解算结果的位系数误差谱图和前8阶位系数等效水高误差的空间分布分别如图7、图8所示,可以看到,在考虑所有误差源的情况下,VLEO卫星星座的恢复结果在低阶扇谐项优于Bender星座的恢复结果,在前8阶等效水高误差低于Bender星座。相对于Bender星座单独解算,两种星座联合解算后的结果在扇谐项精度得到明显提高。

针对VLEO卫星星座在不同的轨道精度条件下联合Bender星座恢复时变模型的结果,图9给出了方案5部分星座解算结果在前70阶等效水高误差的空间分布。VLEO卫星星座的加入可以有效降低Bender星座恢复结果的混频效应以及南北条带误差,即使VLEO卫星星座的轨道

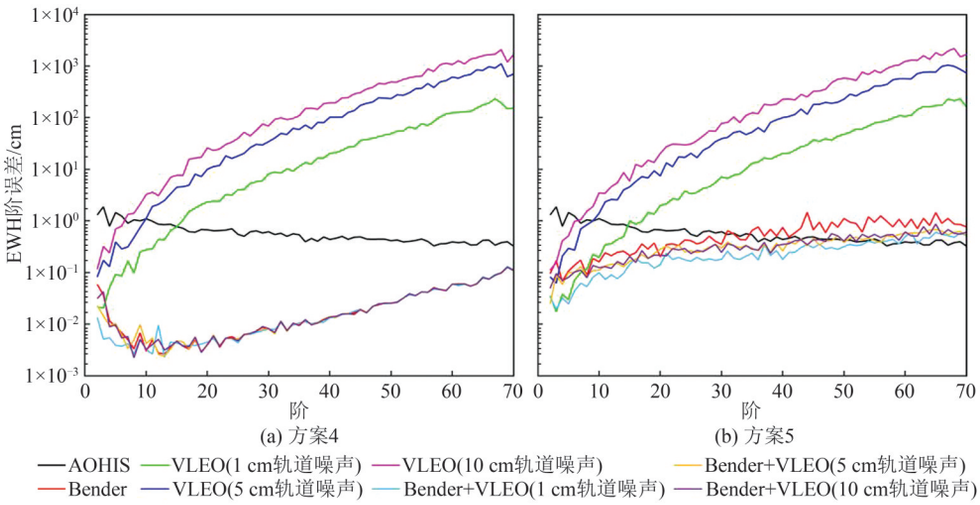


图 6　方案 4～5 不同星座解算结果的 EWH 阶误差

Fig. 6　EWH Degree Error of Different Constellation Solution Results from Schemes 4 and 5

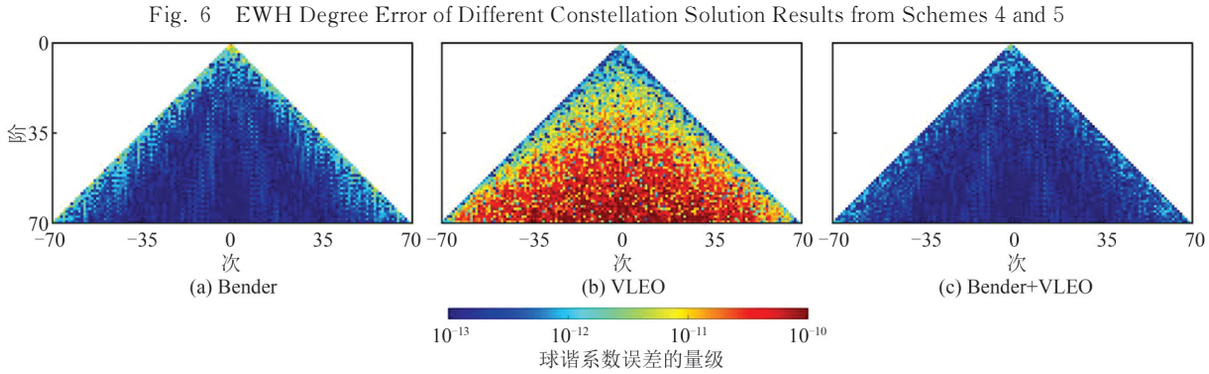


图 7　方案 5 中 VLEO 卫星轨道精度在 1 cm 时不同星座解算结果的球谐系数误差谱图

Fig. 7　Spherical Harmonic Coefficient Error Spectrum of Different Constellation Calculation Results When the Orbit Accuracy of VLEO Satellite Is 1 cm in Scheme 5

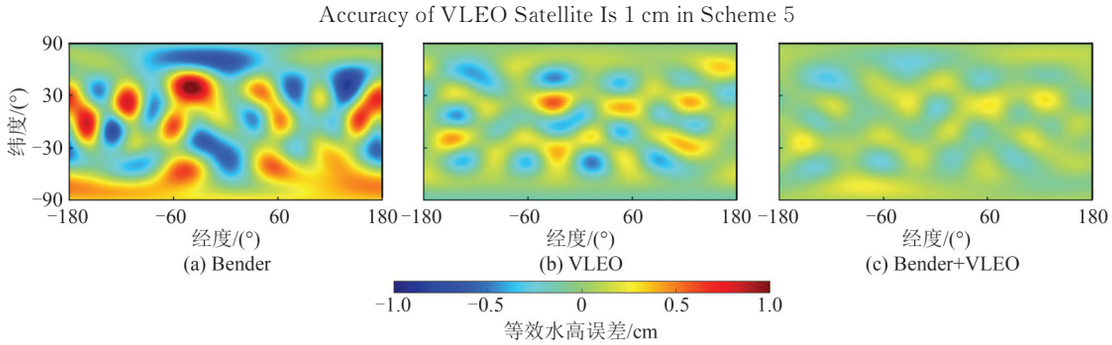


图 8　方案 5 中 VLEO 卫星轨道精度在 1 cm 时不同星座解算结果前 8 阶的等效水高误差的空间分布

Fig. 8　Spatial Distribution of Equivalent Water Height Errors for the First 8 Degrees of Different Constellation Calculation Results When the Orbit Accuracy of VLEO Satellite Is 1 cm in Scheme 5

精度在 10 cm 时,在中低纬度区域的南北条带误差也会得到显著降低。由此可见,VLEO 卫星星座和 Bender 星座通过联合观测方程有效地提高了时变重力场的解算精度。

4　结　语

本文模拟了 VLEO 卫星星座与 Bender 星座 7 d 的观测数据,在考虑 AOHIS 混频误差、海潮模型误差、轨道位置误差、星间距离变率误差和加速度计观测误差的情况下,采用短弧积分法恢复时变重力场 AOHIS,并对 VLEO 卫星星座、Bender 星座及两星座观测方程联合恢复时变重力场的性能进行对比分析,重点分析了观测误差和混频误差对 VLEO 卫星星座、Bender 星座及二者观测方程联合对恢复时变重力场的影响,主要得到以下结论:

1)在不考虑观测量噪声时,相比于 Bender 星座,VLEO 卫星星座大幅度增加了观测采样的数量,有效降低了因对 AOHIS 时间采样不足和海潮模型误差引起的混频效应。

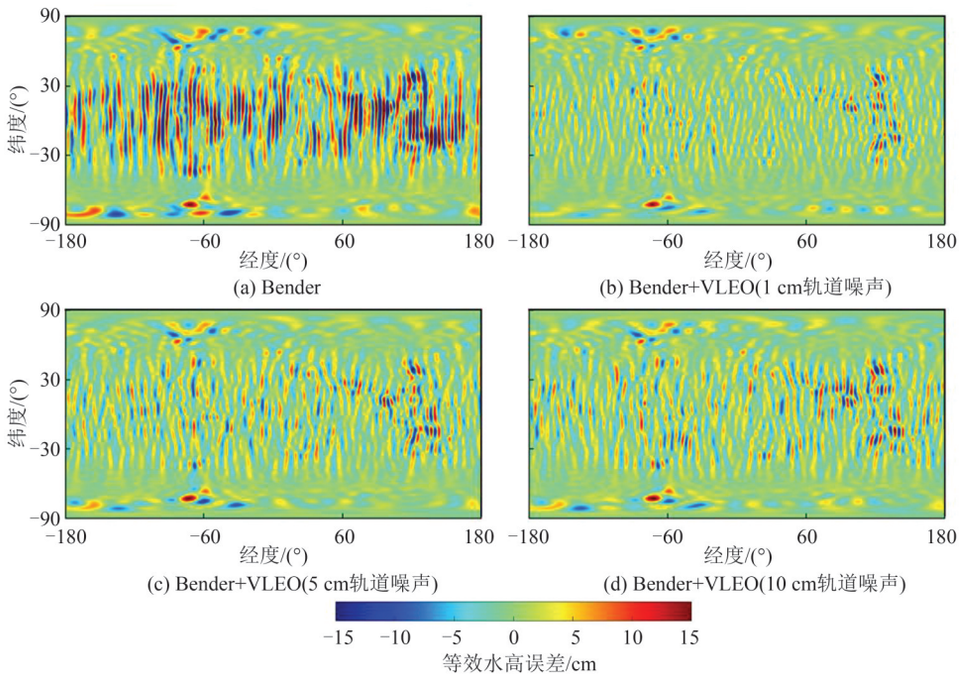


图9 方案5中不同星座恢复结果前70阶等效水高误差的空间分布

Fig. 9 Spatial Distribution of Equivalent Water Height Errors for the First 70 Degrees of Different Constellation Recovery Results in Scheme 5

2)在考虑所有误差源的情况下,对于7 d解,当卫星轨道精度达到1 cm时,VLEO卫星星座和Bender星座可分别恢复15阶和35阶以内的有效信号,在8阶以内VLEO卫星星座恢复时变重力场的性能略优于Bender星座,限制VLEO卫星星座和Bender星座性能的主要因素分别是观测精度和混频误差。

3)联合VLEO卫星与Bender星座解算时变重力场比使用单个星座的整体精度更高,即使VLEO卫星轨道精度在10 cm时,也可有效降低Bender星座产生的南北条带误差,当轨道精度达到1 cm时,联合解的有效信号阶次可达55阶。两种星座联合作用,可减弱观测误差和混频效应的影响,有效提升短周期时变重力场的恢复性能。

另外,VLEO卫星星座可以设计很多种星座构型,不同构型也会对结果产生不同影响,例如采用极轨加倾斜轨道的星座模式,在不同纬度地区对时变重力场的恢复结果可能存在差异,这将涉及到低轨卫星星座设计,超出本文的讨论范围,未来可以对该问题开展专门研究。

参 考 文 献

[1] LI X P, ZHONG B, LI J C, et al. Joint Inversion of GNSS and GRACE/GFO Data for Terrestrial Water Storage Changes in the Yangtze River Basin [J]. *Geophysical Journal International*, 2022, 233(3): 1596-1616.

[2] XU G D, WU Y L, LIU S L, et al. How 2022 Extreme Drought Influences the Spatiotemporal Variations of Terrestrial Water Storage in the Yangtze River Catchment: Insights from GRACE-Based Drought Severity Index and In-Situ Measurements [J]. *Journal of Hydrology*, 2023, 626: 130245.

[3] LUTHCKE S B, ARENDT A A, ROWLANDS D D, et al. Recent Glacier Mass Changes in the Gulf of Alaska Region from GRACE Mascon Solutions [J]. *Journal of Glaciology*, 2008, 54(188): 767-777.

[4] GHOBADI-FAR K, HAN S C, ALLGEYER S, et al. GRACE Gravitational Measurements of Tsunamis After the 2004, 2010, and 2011 Great Earthquakes[J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(7): 65.

[5] TAPLEY B D, WATKINS M M, FLECHTNER F, et al. Contributions of GRACE to Understanding Climate Change[J]. *Nature Climate Change*, 2019, 9(5): 358-369.

[6] TAPLEY B D, BETTADPUR S, WATKINS M, et al. The Gravity Recovery and Climate Experiment: Mission Overview and Early Results[J]. *Geophysical Research Letters*, 2004, 31(9): 2004GL019920.

[7] KORNFELD R P, ARNOLD B W, GROSS M A, et al. GRACE-FO: The Gravity Recovery and Climate Experiment Follow-on Mission[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2019, 56(3): 931-951.

[8] 刘伟, 常晓涛, 朱广彬, 等. Bender-type重力卫星星座海潮混频特性研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2023, 51(3): 67-71.

LIU Wei, CHANG Xiaotao, ZHU Guangbin, et al. Ocean Tide Aliasing Analysis of Bender-Type Constellation Gravity Mission[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology* (*Natural Science Edition*), 2023, 51(3): 67-71.

[9] ZENNER L, FAGIOLINI E, DARAS I, et al. Non-Tidal Atmospheric and Oceanic Mass Variations and Their Impact on GRACE Data Analysis [J]. *Journal of Geodynamics*, 2012, 59/60: 9-15.

[10] VISSER P N A M, SNEEUW N, REUBELT T, et al. Space-Borne Gravimetric Satellite Constellations and Ocean Tides: Aliasing Effects[J]. *Geophysical Journal International*, 2010, 181(2): 789-805.

[11] DARAS I, PAIL R. Treatment of Temporal Aliasing Effects in the Context of Next Generation Satellite Gravimetry Missions [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2017, 122(9): 7343-7362.

[12] WIESE D N, VISSER P, NEREM R S. Estimating Low Resolution Gravity Fields at Short Time Intervals to Reduce Temporal Aliasing Errors[J]. *Advances in Space Research*, 2011, 48(6): 1094-1107.

[13] HAUK M, PAIL R. Treatment of Ocean Tide Aliasing in the Context of a Next Generation Gravity Field Mission[J]. *Geophysical Journal International*, 2018, 214(1): 345-365.

[14] 赵倩, 姜卫平, 徐新禹, 等. 卫星编队用于消除海潮模型混频误差影响的可行性研究[J]. 中国科学: 地球科学, 2015, 45(2): 169-176.
ZHAO Qian, JIANG Weiping, XU Xinyu, et al. Feasibility Study on Application of Satellite Formations for Eliminating the Influence from Aliasing Error of Ocean Tide Model[J]. *Scientia Sinica Terrae*, 2015, 45(2): 169-176.

[15] BENDER P L, WIESE D N, NEREM R S. A Possible Dual-GRACE Mission with 90 Degree and 63 Degree Inclination Orbits[C]//The 3rd International Symposium on Formation Flying, Missions and Technologies, Noordwijk, Netherlands, 2008.

[16] PAIL R, CHEN Q, ENGELS J, et al. Additional Constellation and Scientific Analysis of the Next Generation Gravity Mission Concept (ADDCON)[R]. Munich: Technical University of Munich, 2018.

[17] PAIL R, YEH H C, FENG W, et al. Next-Generation Gravity Missions: Sino-European Numerical Simulation Comparison Exercise [J]. *Remote Sensing*, 2019, 11(22): 2654.

[18] 薛文, 胡敏, 阮永井, 等. 基于 TLE 的 Starlink 星座第一阶段部署情况分析[J]. 中国空间科学技术, 2022, 42(5): 24-33.
XUE Wen, HU Min, RUAN Yongjing, et al. Analysis of the First Stage Deployment of Starlink Constellation Based on TLE[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2022, 42(5): 24-33.

[19] 吕久明, 路建功, 刁晶晶, 等. 超低轨道卫星技术发展现状及应用[J]. 国防科技, 2020, 41(1): 33-37.
LÜ Jiuming, LU Jiangong, DIAO Jingjing, et al. The Status Quo of Ultra-Low Altitude Satellite Technology and Its Future Use[J]. *National Defense Technology*, 2020, 41(1): 33-37.

[20] 樊巍. 中国启动建设超低轨道卫星星座[EB/OL]. (2023-07-14)[2024-10-19]. https://china.huanqiu.com/article/4DhUKUsebIJ.
FAN Wei. China Launches the Construction of an Ultra-Low Orbit Satellite Constellation [EB/OL]. (2023-07-14)[2024-10-19]. https://china.huanqiu.com/article/4DhUKUsebIJ.

[21] MAYER-GÜRR T. Gravityfield Recovery by Analysis of Short Arcs of the Satellite Missions CHAMP and GRACE[D]. Bonn: University of Bonn, 2006.

[22] 赵永奇, 李建成, 徐新禹, 等. 利用 GOCE 和 GRACE 卫星观测数据确定静态重力场模型[J]. 地球物理学报, 2023, 66(6): 2322-2336.
ZHAO Yongqi, LI Jiancheng, XU Xinyu, et al. Determination of Static Gravity Field Model by Using Satellite Data of GOCE and GRACE[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2023, 66(6): 2322-2336.

[23] MAYER-GÜRR T, BEHZADPOUR S, EICKER A, et al. GROOPS: A Software Toolkit for Gravity Field Recovery and GNSS Processing[J]. *Computers & Geosciences*, 2021, 155: 104864.

[24] DOBSLAW H, BERGMANN-WOLF I, DILL R, et al. The Updated ESA Earth System Model for Future Gravity Mission Simulation Studies[J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(5): 505-513.

[25] SAVCENKO R, BOSCH W. EOT11A-Empirical Ocean Tide Model from Multi-mission Satellite Altimetry[R]. Munich: Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, 2012.

[26] RAY R D. A Global Ocean Tide Model from TOPEX/POSEIDON Altimetry: GOT99.2[M]. Maryland: Goddard Space Flight Center, 1999.

[27] IRAN P S, REUBELT T, SNEEUW N, et al. Assessment of Satellite Constellations for Monitoring the Variations in Earth Gravity Field "SC4MGV"[R]. Noordwijk: ESA-ESTEC, 2015.

[28] DITMAR P, KLEES R, LIU X. Frequency-Dependent Data Weighting in Global Gravity Field Modeling from Satellite Data Contaminated by Non-stationary Noise [J]. *Journal of Geodesy*, 2007, 81(1): 81-96.